

Schachbrett und Reiskörner

Vor langer Zeit wurde in Indien das Spiel Schach, das Spiel auf einem Brett mit 64 Feldern erfunden. Der Indische Kaiser Sheram wollte den Erfinder dieses Spieles, Zeta, unbedingt belohnen, da er großen Gefallen an diesem Spiel gefunden hatte. Zeta sollte als Belohnung einen Wunsch äußern und dabei nicht zu bescheiden sein. Dieser sagt darauf: „Gebietet mir für das erste Feld des Schachbrettes 1 Reiskorn auszuhändigen, 2 Körner für das zweite Feld, 4 für das dritte und für jedes weitere Feld doppelt so viele Körner wie für das vorhergehende“. Der Kaiser fühlte sich gekränkt da ihm das Ausmaß des Wunsches noch nicht bewusst war.

Daraufhin haben wir erst einmal nur für die ersten 10 Felder die Anzahl der Reiskörner zusammengerechnet

a_1	=	1	
a_2	=	2	
a_3	=	4	
a_4	=	8	
a_5	=	16	
a_6	=	32	
a_7	=	64	
a_8	=	128	
a_9	=	256	Insgesamt auf allen 10 Feldern: 1.023 Reiskörner
a_{10}	=	512	

Dabei ist uns aufgefallen, dass die Anzahl schon ziemlich schnell zunimmt, was einem auf den ersten Blick gar nicht so vorgekommen ist.

Dann haben wir nach einer Formel gesucht, welche uns bei dem Ausrechnen behilflich sein könnte. Wir haben herausgefunden, dass es sich um eine geometrische Folge handelt und diese explizit bestimmt.

geometrische Folge [$(a_n) = a_1 \cdot q^{n-1}$]
Allgemeine Formel für das Schachbrett: $(a_n) = 1 \cdot 2^{n-1}$

Als nächstes haben wir die Reiskornanzahl des 64. Feldes ermittelt.

Für das 64. Feld: $a_{64} = 1 \cdot 2^{64-1}$
 $a_{64} = 9.223.372.036.864.775.808$
[9 Trillionen, 223 Milliarden, 372 Billionen, 36 Milliarden, 864 Millionen, 775 Tausend, 808]

Danach haben wir die Anzahl der Reiskörner auf allen Feldern zusammengerechnet.

Dies sind: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + \dots + a_{64} = 18.446.744.039.484.029.952$
[18 Trillionen, 446 Milliarden, 744 Billionen, 39 Milliarden, 484 Millionen, 29 Tausend, 952]

noch einmal zu Veranschaulichung, dass die Anzahl der Reiskörner schnell steigt:

$a_{11} = 1.024$	$a_{21} = 1.048.576$
$a_{12} = 2.048$	$a_{22} = 2.097.152$
$a_{13} = 4.096$	$a_{23} = 4.194.304$
$a_{14} = 8.192$	$a_{24} = 8.388.608$
$a_{15} = 16.384$	$a_{25} = 16.777.216$
$a_{16} = 32.768$	$a_{26} = 33.554.432$
$a_{17} = 65.536$	$a_{27} = 67.108.864$
$a_{18} = 131.072$	$a_{28} = 134.217.728$
$a_{19} = 262.144$	$a_{29} = 268.435.456$
$a_{20} = 524.288$	$a_{30} = 536.870.912$

Schon an den ersten 30 Zahlen kann man gut erkennen, dass die Zahl ab dem 10. Glied drastisch steigt & es nicht nur ein paar Reiskörner werden, die der Kaiser Sheram dem Erfinder Zeta geben muss.

...

Wir haben uns gefragt, wie schwer wohl 18 Trillionen Reiskörner sind um uns zu verdeutlichen, was das wirkliche Ausmaß Zeta's Wunsches war. Im Internet bei Wikipedia stand:

100 Reiskörner = 3 Gramm

Also rechneten wir die Anzahl der Reiskörner $\cdot 0,03$ g und ermittelten für das 64. Feld das Gewicht der Reiskörner.

$9.223.372.036.864.775.808$ Reiskörner $\cdot 0,03$ g \approx 277 Milliarden Tonnen
[277 Billionen Gramm]

Nun errechneten wir das Gewicht von allen 64 Feldern zusammen und kamen zu diesem Ergebnis:

540 Milliarden Tonnen

Um zu verdeutlichen, welche Massen diese sind, haben wir im Internet ebenfalls bei Wikipedia nach dem Gewicht einer Reisernte von der ganzen Welt pro Jahr gesucht. Im Jahr 2006 wurden 618,4 Millionen Tonnen geerntet.

540 Milliarden Tonnen : 618,4 Millionen Tonnen = 873,22 Jahre

D.h. der Kaiser Sheraam muss Zeta die Reisernte der ganzen Welt von 873,22 Jahren aushändigen.