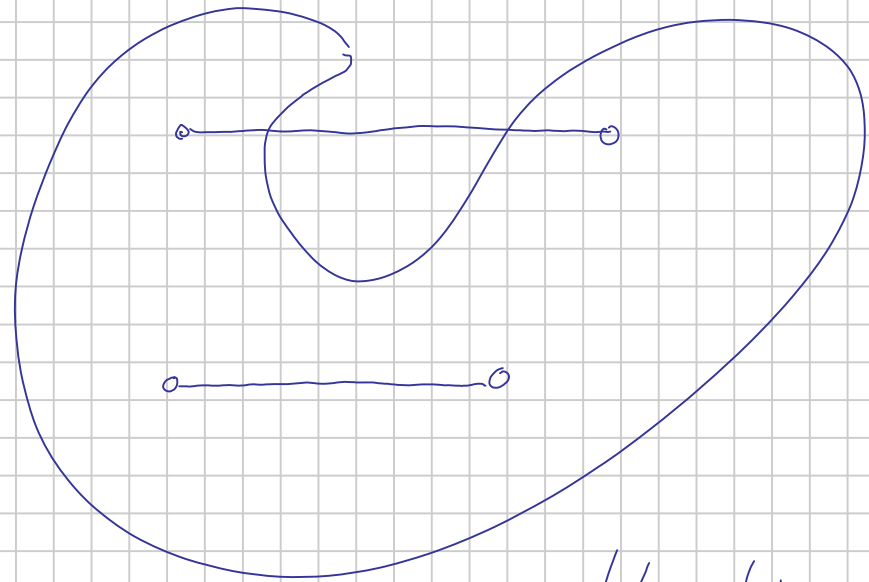


konvex



nicht konvex

Eine einfache part. Dgl.

$$u_x + u_y = f(x, y)$$

Überlegung: Wäre $w = x + y$, so wäre

$$\left. \begin{aligned} u_x &= u_w \cdot \underbrace{w_x}_{=1} = u_w \\ u_y &= u_w \cdot \underbrace{w_y}_{=1} = u_w \end{aligned} \right\} 2u_w = f(x, y)$$

Ist das zu behandeln wie z.B. $u_x = 0$

Nein, noch nicht, weil z.B. $f(x, y)$ nicht

eine FFA von w ist.

gibt es eine Variablensubstitution:

$$\left. \begin{array}{l} x = x(w, v) \\ y = y(w, v) \end{array} \right\} \text{(möglichst einfach!)}$$

so dass $w = x + y$, $v = ?$, z.B. $v = x - y$.

Dann wäre $w + v = 2x$, $w - v = 2y$, also

$$x = \frac{1}{2}(w + v), \quad y = \frac{1}{2}(w - v)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ v \end{pmatrix}$$

$$\text{Det} - \frac{1}{2} \neq 0$$

$$\text{Damit ist } f(x, y) = f\left(\frac{1}{2}(w+v), \frac{1}{2}(w-v)\right) = \\ =: F(w, v)$$

$$u(x, y) = u\left(\frac{1}{2}(w+v), \frac{1}{2}(w-v)\right) =: U(w, v)$$

$$U_w = u_w = u_x \cdot x_w + u_y \cdot y_w = \frac{1}{2} u_x + \frac{1}{2} u_y$$

$$2U_w = F(w, v) \quad \Rightarrow$$

$$u = \frac{1}{2} \int F(w, v) dw + G(v)$$

Rücksubstitution

$$u(x, y) = \frac{1}{2} \int_{x_0+y_0}^{x+y} F(w, x-y) dw + G(x-y)$$