TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
ZENTRUM MATHEMATIK
PD Dr. Andreas Johann

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Höhere Mathematik II für Bau, Geo, Umwelt — Blatt 12

Sommersemester 2017

Zentralübung

Z12.1. *Skalare lineare DGL mit konstanten Koeffizienten (Variation der Konstanten/Typ der rechten Seite).* Bestimmen Sie jeweils die allgemeine, reelle Lösung der

(a) inhomogenen, linearen Differentialgleichungen erster Ordnung

$$y' + y = \cos(x)$$

mittels Variation der Konstanten und

(b) inhomogenen, linearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung

$$y''(x) + y'(x) - 6y(x) = \sin(x) + \mathrm{e}^{-x}$$

mittels Ansatz vom Typ der rechten Seite.

Z12.2. Bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung des folgenden linearen Differentialgleichungssystems,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}(t) \ .$$

Z12.3. Bestimmen Sie mittels Variation der Konstanten die allgemeine Lösung von

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \ .$$

bitte wenden

Tutorübungen

T12.1. Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y''(x) + 2y'(x) - 3y(x) = \mathrm{e}^{2x} - 2\sin(x), \qquad y(x_0) = y'(x_0) = 0, \text{ mit } x_0 = 0$$

unter Verwendung des Ansatzes vom Typ der rechten Seite.

T12.2. Bestimmen Sie durch Variation der Konstanten die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) - 2\dot{x}(t) + x(t) = (1+t)\mathrm{e}^t.$$

T12.3. Wir betrachten die Anfangswertprobleme

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\mathbf{x}(t) - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \tag{T12.3.1}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ \mathrm{e}^t \end{pmatrix} \quad \text{mit } \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{T12.3.2}$$

(a) Bestimmen Sie die reellen Lösungen der zugehörigen *homogenen* Anfangswertprobleme, d.h. lösen Sie die Anfangswertprobleme unter Benutzung der zugehörigen *homogenen* Differentialgleichungen.

(b) Lösen Sie nun die inhomogenen Anfangswertprobleme im Reellen.
Tipp: Überlegen Sie dazu zunächst welche Ergebnisse sich aus Teil a) übernehmen lassen und welche nicht.

Die Tutoraufgaben werden am 17.07.2017 besprochen.