TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
ZENTRUM MATHEMATIK
PD Dr. Andreas Johann

Höhere Mathematik II für Bau, Geo, Umwelt — Blatt 3

Sommersemester 2017

Zentralübung

Z3.1. (a) Betrachten Sie die Funktion $g : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$, $g(x) := x^2$.
Fertigen Sie eine Skizze der folgenden Fortsetzungen von g auf $\mathbb{R}$ an,

i. direkte Fortsetzung,
ii. gerade Fortsetzung,
iii. ungerade Fortsetzung.

(b) Bestimmen Sie die komplexe Fourierreihe der 2-periodischen Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, mit

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } -1 \leq x < 0 \\ 2^x & \quad\ 0 \leq x < 1. \end{cases}$$

(c) Wie lautet die komplexe Fourierreihe der verschobenen Funktion $g(x) = f(x+1)$?

Z3.2. Betrachten Sie die auf $[0,4)$ durch

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < 1 \\ 0 & \quad\ 1 \leq t < 3 \\ -1 & \quad\ 3 \leq t < 4 \end{cases}$$

definierte und 4-periodisch fortgesetzte Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(a) Berechnen Sie die reelle Fourierreihe von f.

(b) Konvergiert die Fourierreihe von f an den Stellen $t = 0$ und $t = 2$? Wenn ja, gegen welche Werte?

(c) Zeigen Sie mit Hilfe der Konvergenz der Fourierreihe in $t = 1$ dass gilt

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \pm \ldots = \frac{\pi}{4}$$

bitte wenden

Tutorübungen

T3.1. Sei f die durch

$$f(x) = \begin{cases} -\cos(x) & \text{für } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ -1 & \text{für } 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

gegeben und π-periodisch fortgesetzte Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(a) Skizzieren Sie die Funktion und berechnen Sie die komplexe Fourierreihe von f.

(b) Bestimmen Sie nun die reelle Fourierreihe von f und geben Sie die Werte an, die die Fourierreihe an den Stellen $x = -\frac{\pi}{2}$ und $x = \frac{\pi}{2}$ annimmt.

(c) Berechnen Sie die komplexe Fourierreihe der verschobenen Funktion $g(x) = f(x + \frac{\pi}{2})$

T3.2. Gegeben sei die auf $[0, \pi]$ definierte Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x & \text{für } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \ . \end{cases} \tag{1}$$

Setzen Sie f nun gerade, 2π-periodisch auf ganz $\mathbb{R}$ fort. Skizzieren Sie den Funktionsverlauf über mindestens 2 Perioden hinweg und berechnen sie die reelle Fourierreihe. Bestimmen Sie schließlich den Wert der Fourierreihe an den Stellen $x = k\pi$ für $k \in \mathbb{Z}$.

T3.3. Wiederholen Sie alle Schritte von **T3.2.** für die ungerade, 2π-periodische Fortsetzung der Funktion f die in (1) gegeben ist.

T3.4. (a) Benutzen Sie die Partialbruchzerlegung um das unbestimmte Integral

$$\int \frac{x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 1}{x^3 - x^2 + 2x - 2} \, \mathrm{d}x \ .$$

zu berechnen.

(b) Die Graphen der Funktionen $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ und $g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = \sqrt{x}$ sowie die Geraden $x = 1/2$ und $x = 1$ schließen eine Fläche A ein. Fertigen Sie eine Skizze von A an und berechnen Sie das Volumen sowie die Oberfläche des Rotationskörpers der durch Rotation von A um die x-Achse entsteht.

(c) Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die 2π-periodische Fortsetzung von x^2, $x \in]-\pi, \pi]$. Berechnen Sie die reellen Fourierkoeffizienten von f. Gegen welchen Wert konvergiert die Fourierreihe an der Stelle $x = 0$ und warum?

Die Tutoraufgaben werden am 15.05.2017 besprochen.