

Höhere Mathematik II für Bau, Geo, Umwelt — Blatt 1
Sommersemester 2017

Zentralübung

Z1.1. Berechnen Sie die von der x -Achse und dem Graphen der Funktion $f(x) := x^3 + 2x^2 - x - 2$ eingeschlossene Fläche.

Z1.2. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale. Verwenden Sie hierzu eine geeignete Substitution oder partielle Integration.

(a) $\int \cos(x) \sin^2(x) dx$

(b) $\int x \sin(x) dx$

(c) $\int x (x - 1)^{1/3} dx$

(d) $\int x e^{(x^2)} dx$

Z1.3. Bestimmen Sie eine Partialbruchzerlegung und dann eine Stammfunktion der gebrochen rationalen Funktion

$$\frac{1}{x^4 - 1}.$$

Tutorübungen

T1.1. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale und geben Sie Ihren Lösungsweg an.

a) $\int x^2 e^x dx$

b) $\int x^2 \sin(x^3) dx$

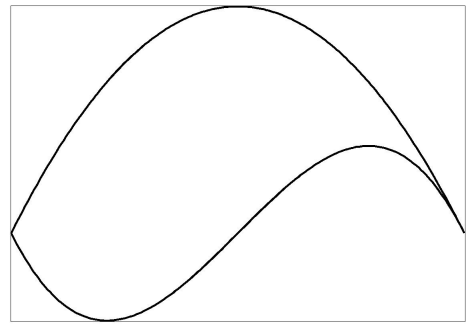
c) $\int \frac{7}{(x-1)^3} + \cosh(x) dx$

d) $\int \arctan(x) dx$ (*Hinweis:* $\arctan = 1 \cdot \arctan$ und partielle Integration)

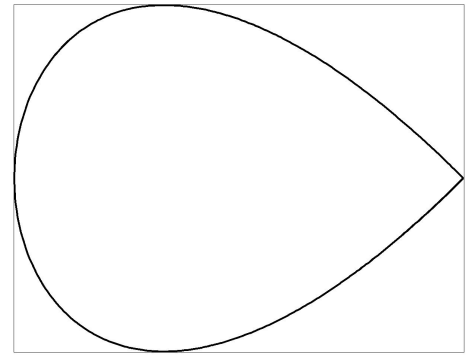
e) $\int \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{(x-2)^3} dx$

f) $\int \frac{x^3 - 6x^2 + 12x}{(x-2)^3} dx$ (*Hinweis:* benutzen Sie e) und $0 = -8 + 8$)

- T1.2.** a) Ein Designer gibt die Form eines Belüftungsrohres entdimensionalisiert durch die Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ an, wobei $f(x) = -x^2 + 1$ die Oberseite und $g(x) = -x^3 + x$ die Unterseite des Rohres im Querschnitt angeben (siehe Skizze rechts). Bestimmen Sie nun die Querschnittsfläche des Belüftungsrohres indem Sie die von f und g eingeschlossene Fläche bestimmen.



- b) Eine vollständig bewaldete Insel in einem Fluss soll gerodet werden um darauf bauen zu können. Das Nordufer wird dabei durch die Funktion $f_N : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_N(x) = (-x + 1)\sqrt{x}$ und das Südufer durch $f_S : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_S(x) = x^{3/2} - \sqrt{x}$ beschrieben (siehe Skizze rechts). Die Firma die diese Rodung anbietet rechnet pro Flächeneinheit Wald ab. Berechnen Sie die Fläche der Insel (d.h. die von f_N und f_S eingeschlossene Fläche) damit die Kosten für die Rodung berechnet werden können.



- T1.3.** Bestimmen Sie zunächst die Partialbruchzerlegung und dann eine Stammfunktion der folgenden gebrochen rationalen Funktionen:

- a) $\frac{2x + 6}{2x^2 - 4x + 2}$ und
 b) $\frac{3x^2 + 2x - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$.

Geben Sie ihren Rechenweg an und geben Sie zudem jeweils an für welche Integrationsgrenzen die so erhaltenen Stammfunktionen zur Berechnung des zugehörigen Integrals verwendet werden dürfen.