Anwendung auf rechte Seite der Gestalt

$f_1(x) = p_m(x)\, e^{ux} \cos vx$ oder

$f_2(x) = p_m(x)\, e^{ux} \sin vx$, wobei

p_m ein reelles Polynom, $u \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{R}$

Wir sehen:

$$\left.\begin{aligned} f_1(x) &= \mathrm{Re} \\ f_2(x) &= \mathrm{Im} \end{aligned}\right\} (f(x)) \text{ mit}$$

$$f(x) = p_m(x)\, e^{ux} \cdot \underbrace{(\cos vx + i \sin vx)}_{= e^{ivx}}$$

Anstelle der Dgl

$y'' + ay' + by = f_i(x)$ $(*)$ $(i=1$ oder $i=2)$

betrachten wir die Dgl

$z'' + az' + bz = p_m(x)\, e^{(u+iv)\cdot x}$ $(\bar{*})$

Ist die rechte Seite von $(*)$ gleich

$\begin{Bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{Bmatrix}$, so ist das gesuchte $y_p = \begin{Bmatrix} \mathrm{Re} \\ \mathrm{Im} \end{Bmatrix} (z_p)$,

wobei z_p eine partikuläre Lösung von $(\bar{*})$ ist

Bsp.: $y'' - 2y' + y = \underbrace{\sin x}_{= \operatorname{Im}(e^{ix})}$ $\quad (*)$

Neue komplexe Dgl:

$z'' - 2z' + z = e^{ix} \quad (\bar{*})$

Die hatten wir schon. Part. Lösung war: $z_p = \frac{i}{2} e^{ix} = \frac{1}{2} \cdot i \cdot (\cos x + i \sin x) =$

$= -\frac{1}{2} \sin x + i \cdot \frac{1}{2} \cos x$

Die ges. part. Lösung y_p von $(*)$ ist $y_p = \operatorname{Im}(z_p)$

$y_p = \frac{1}{2} \cos x.$