



Tutoraufgaben

16. Lösung von DGLn mit Laplace-Transformation

Bestimmen Sie die Lösung des AWP $\dot{x} + x = \sin t$, $x(0) = 1$, mit Hilfe der Laplace-Transformation. Überprüfen Sie das Ergebnis.

17. Fallendes Elektron im Magnetfeld

Die Bahn eines Elektrons im Magnetfeld B , das senkrecht zur Erdbeschleunigung g gerichtet ist, folgt in der senkrecht zum B -Feld stehenden Ebene den Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\omega\dot{y} \\ \ddot{y} &= \omega\dot{x} - g\end{aligned}$$

wobei $\omega = \frac{e}{m}|B|$ die Zyklotonfrequenz ist. Sei $x(0) = y(0) = \dot{y}(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v$.

- Welcher DGL 3. Ordnung genügt $x(t)$?
- Lösen Sie diese mit den zugehörigen Anfangsbedingungen mit Hilfe der Laplace-Transformation.
- Wie lautet die Bahnkurve? Für welche Werte von v ergibt sich eine Gerade bzw. eine Zykloide?

Zentralübung

18. Die Gammafunktion

Die Gammafunktion ist definiert durch $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$, $x > 0$.

- Für welche α existiert die Laplacetransformierte $F_\alpha :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ von t^α . Drücken Sie $F_\alpha(s)$ durch die Gamma-Funktion aus. Wie lautet also $\Gamma(n)$ für $n \in \mathbb{N}$?
- Wie lautet die Laplacetransformierte von $\frac{1}{\sqrt{t}}$? Berechnen Sie dazu $\Gamma(\frac{1}{2})$ unter Benutzung von $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.