



Tutoraufgaben

Wegen der Pfingstfeiertage entfallen in der Woche vom 12.5. bis 16.5. die Tutorübungen.

Zentralübung

12. Ein lineares zeitinvariantes Übertragungssystem (LTI-System)

Gegeben ist die Differentialgleichung (*) $\ddot{x} + \mu\dot{x} + kx = f(t)$ mit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig.

- Stellen Sie eine DGL für die Wronski-Determinante $W = x_1x_2' - x_1'x_2$ eines Fundamentalsystems x_1, x_2 von (*) auf.
- Im Fall schwacher Dämpfung ($0 < \mu < 2\sqrt{k}$): Wie lautet $W(x)$ für das Fundamentalsystem $e^{-\frac{\mu}{2}t} \cos \omega t$, $e^{-\frac{\mu}{2}t} \sin \omega t$ und wie für das Fundamentalsystem $x_{\pm}(t) = e^{-\frac{\mu}{2}t} e^{\pm i\omega t}$?
- Schreiben Sie mit Hilfe der Variation der Konstanten mit dem Fundamentalsystem $x_{\pm}(t)$ aus (b) eine partikuläre Lösung von (*) in der Form

$$x_p(t) = \int_0^t K(t-s)f(s)ds.$$

Wie lautet $K(t)$? Berechnen Sie $x_p(0)$, $x_p'(0)$.

- Es sei bekannt, dass $f(t)$ beschränkt ist, $|f(t)| < C$ für alle $t \in \mathbb{R}$. $x_p(t)$ soll für beliebig große t durch numerische Integration bestimmt werden. Das Integrationsintervall $[0, t]$ soll aus Effizienzgründen auf das Intervall fester Breite $[t-T, t]$ eingeschränkt werden. Wie muss T gewählt werden, damit der absolute Fehler der Berechnung von $x_p(t)$ sicher kleiner als 10^{-9} ist? ($\mu = 0.1$, $C = 10$, $e^7 \approx 10^3$)